

# CINEMÁTICA

## Vector de posición, velocidad y aceleración

$\mathbf{r}(t)$	$\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}(t)/dt$	$\mathbf{a}(t) = d\mathbf{v}(t)/dt$
$\mathbf{a}(t)$	$\mathbf{v}(t) = \int \mathbf{a}(t) dt \text{ cte}$	$\mathbf{r}(t) = \int \mathbf{v}(t) dt \text{ cte}$
<b>Componentes intrínsecas de la aceleración</b>	$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t, \mathbf{a}_n = a_t \mathbf{T} + a_n \mathbf{N}$	
	$\mathbf{T}$ : vector unitario tangente a la trayectoria $\mathbf{T} = \mathbf{v} /  \mathbf{v} $	
	$\mathbf{N}$ : vector unitario normal a la trayectoria	
	$\mathbf{a}_t$ = aceleración tangencial; $a_t = dv/dt$	
	$\mathbf{a}_n$ = aceleración normal; $a_n = v^2/\rho$ ; $\rho$ es el radio de curvatura	

## Movimiento unidimensional

### Movimiento rectilíneo uniforme

$a = 0$	$v = v_0 = \text{cte}$	$x = x_0 + v_0 t$
---------	------------------------	-------------------

### Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

$a = \text{cte}$	$v = v_0 + a t$	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
	$v^2 - v_0^2 = 2 a (x - x_0)$	

## Movimiento circular

$\theta$	$\omega = d\theta/dt$	$\alpha = d\omega/dt$
$s = \theta R$	$v = \omega R$	$a_t = \alpha R$ $a_n = \omega^2 R$
$\omega$ (pulsación o frecuencia angular), $\nu$ (frecuencia), $T$ (período)		$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$

### Movimiento circular "uniforme"

$\alpha = 0$	$\omega = \omega_0 = \text{cte}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t$
--------------	----------------------------------	----------------------------------

### Movimiento circular "uniformemente acelerado"

$\omega = \text{cte}$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
-----------------------	--------------------------------	---

## Movimiento armónico simple

Ecuación diferencial	$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x = 0$	$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$
		$\omega$ (pulsación o frecuencia angular), $\nu$ (frecuencia), $T$ (período)
Solución	$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$	A: amplitud $\varphi$ : desfase inicial
Período de un muelle	$T = 2\pi \sqrt{m/k}$	k: constante elástica del muelle
Período de un péndulo simple	$T = 2\pi \sqrt{l/g}$	l: longitud del muelle
Período de un péndulo compuesto	$T = 2\pi \sqrt{I/mgl}$	I: momento de inercia
Período de un péndulo de torsión	$T = 2\pi \sqrt{I/k}$	
<b>Composición de MAS</b>		
de la Motor <a href="#">online defensive driving course</a> instructors (someone who charges you a fee) must have a <a href="#">online defensive driving course</a> instructor licence. misma dirección y período	$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$	$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$
$x = A \sin(\omega t + \varphi)$ donde	$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$	$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}$
<b>Osciladores amortiguados</b>		
Ecuación diferencial	$-kx - b(dx/dt) = m d^2x/dt^2$	
Factor de calidad en un oscilador amortiguado	$Q = \omega_0 m / b$	
Constante de tiempo de tiempo de extinción	$\tau = m / b$	
<b>Tiro parabólico</b>		
Lanzamos desde el suelo un proyectil con velocidad inicial $v_0$ e inclinación $\theta$		
$a_x = 0$	$v_x = v_0 \cos \theta = \text{cte}$	$x = v_0 \cos \theta t$
$a_y = -g$	$v_y = v_0 \sin \theta - g t$	$y = v_0 \sin \theta t - g t^2 / 2$

Alcance máximo	$v_0^2 \sin 2\theta / g$	
Altura máxima	$v_0^2 \sin^2 \theta / (2g)$	

### Coordenadas polares

Vector de posición	$\mathbf{r} = r \mathbf{u}_r$
Velocidad	$\mathbf{v} = (dr/dt) \mathbf{u}_r + (r d\theta/dt) \mathbf{u}_\theta$
Aceleración	$\mathbf{a} = [d^2r/dt^2 - r (d\theta/dt)^2] \mathbf{u}_r + [2 (dr/dt) (d\theta/dt) r (d^2\theta/dt^2)] \mathbf{u}_\theta$

### Cinemática del movimiento relativo

OXYZ (sistema de referencia inercial). Minúsculas: posición, velocidad y aceleración respecto del SRI

O'X'Y'Z' (sistema de referencia no inercial). Minúsculas (primas): posición, velocidad y aceleración respecto del SRNI

Mayúsculas: posición, velocidad y aceleración del origen del SRNI respecto del SRI

Vector de posición	$\mathbf{r} = \mathbf{R} \mathbf{r}'$
Velocidad	$\mathbf{v} = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}' + \mathbf{v}'$
	Velocidad de arrastre: $\mathbf{v}_a = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$
Aceleración	$\mathbf{a} = \mathbf{A} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') + 2 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \mathbf{a}'$
	Aceleración de arrastre: $\mathbf{a}_a = \mathbf{A} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}')$
	Aceleración de Coriolis: $\mathbf{a}_c = 2 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'$

### Unidades (Sistema Internacional)

Tiempo	sg (segundos)	T
Posición (espacio)	m (metros)	L
Velocidad	m/s	L T <sup>-1</sup>
Aceleración	m/s <sup>2</sup>	L T <sup>-2</sup>
Espacio angular	rad (radianes)	
Velocidad angular	rad/s	
Aceleración angular	rad/s <sup>2</sup>	

## Relatividad especial

Postulados de Einstein de la relatividad	<p>1. Las leyes de la física son iguales para todos los observadores que se encuentran en sistemas de referencia inerciales.</p> <p>2. La medida de la velocidad de la luz en el vacío para cualquier observador inercial es independiente del movimiento de la fuente. <math>c = 1 / [\mu_0 \epsilon_0]^{1/2}</math></p>
Principio de correspondencia	A velocidades mucho menores que la velocidad de la luz las fórmulas relativistas se reducen a las fórmulas clásicas.
$\beta = v / c$	$\gamma = [1 - \beta^2]^{-1/2} > 1$
<b>Contracción de la longitud</b>	$L = L_0 [1 - \beta^2]^{1/2}$ La longitud de un objeto es más corta cuando se mueve respecto al observador que cuando está en reposo.
<b>Dilatación del tiempo</b>	$\Delta t' = \gamma \Delta t$
<b>Posición</b>	
$x = \gamma (x' + v t')$	$x' = \gamma (x - v t)$
$y = y'$	$y' = y$
$z = z'$	$z' = z$
$t = \gamma [t' + v x' / c^2]$	$t' = \gamma [t - v x / c^2]$
<b>Velocidad</b>	
$v_x = (v_x' + v) / [1 + v v_x' / c^2]$	$v_x' = (v_x - v) / [1 - v v_x / c^2]$
$v_y = v_y' / [\gamma (1 + v v_x' / c^2)]$	$v_y' = v_y / [\gamma (1 - v v_x / c^2)]$
$v_z = v_z' / [\gamma (1 + v v_x' / c^2)]$	$v_z' = v_z / [\gamma (1 - v v_x / c^2)]$
<b>Masa, energía</b>	
Masa	$m = \gamma m_0$ , donde $m_0$ es la masa en reposo
Energía	$E = m c^2$ $E = m_0 c^2 + m_0 v^2 / 2$ donde $E_0 = m_0 c^2$ es la energía en reposo
Energía cinética	$E_c = m c^2 - m_0 c^2$
A velocidades bajas $v \ll c$	$E_c = m_0 v^2 / 2$
$p_x = \gamma [p_x' + v E' / c^2]$	$p_x' = \gamma [p_x - v E / c^2]$
$p_y = p_y'$	$p_y' = p_y$
$p_z = p_z'$	$p_z' = p_z$
$E = \gamma (E' + v p_x')$	$E' = \gamma (E - v p_x)$

$$p^2 - E^2 / c^2 = p'^2 - E'^2 / c^2$$

### Efecto Doppler relativista

Consideremos una fuente que emite una radiación electromagnética de frecuencia  $\nu_0$  medida por un observador en reposo respecto a la fuente. Si la fuente está en movimiento respecto a un observador la frecuencia percibida es  $\nu$

Si la fuente y el observador se mueven el uno hacia el otro

$$\nu = \nu_0 \left[ \frac{c + v}{c - v} \right]^{1/2}$$

Si la fuente y el observador se alejan el uno del otro

$$\nu = \nu_0 \left[ \frac{c - v}{c + v} \right]^{1/2}$$

Si la radiación es perpendicular a la dirección del movimiento

$$\nu = \nu_0 \left[ 1 - v^2 / c^2 \right]^{1/2}$$