

Electricidad

Campo eléctrico	
Campo eléctrico creado por una carga puntual a una distancia r	$E = q / (4 \pi \epsilon_0 r^2)$ es un vector ϵ_0 : permitividad dieléctrica del vacío: $8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$ $1 / (4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2$
Principio de superposición	El campo eléctrico total creado por varias cargas en un punto es la suma de los campos que cada carga crea en el punto.
Fuerza que actúa sobre una carga Q	$\mathbf{F} = Q \mathbf{E}$
Ley de Coulomb	$E = q Q / (4 \pi \epsilon_0 r^2)$
Teorema de Gauss	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q_n / \epsilon_0$ donde q_n es la carga neta encerrada por la superficie gaussiana
forma integral	
forma diferencial	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \text{div } \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$
- Campo eléctrico a una distancia r de una carga lineal infinita	$E = \lambda / [2 \pi \epsilon_0 r]$
- Campo eléctrico creado por un plano cargado uniformemente	$E = \sigma / 2 \epsilon_0$
- Campo eléctrico entre las placas de un condensador de placas plano paralelas	$E = \sigma / \epsilon_0$
- Campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R	$E = [1 / 4 \pi \epsilon_0] [q x / (x^2 + R^2)^{3/2}]$
- Campo eléctrico sobre el eje de un disco de densidad de carga uniforme σ	$E = [\sigma / 2 \epsilon_0] [1 - x / (x^2 + R^2)^{1/2}]$
- Esfera uniformemente cargada	$E = Q / [4 \pi \epsilon_0 r^2]$ si $r \geq R$ $E = Q / [4 \pi \epsilon_0 R^2]$ si $r = R$ $E = Q r / [4 \pi \epsilon_0 R^3]$ si $r \leq R$
Dipolos	
Momento dipolar	$p = q d$ donde d es la distancia de separación entre dos cargas iguales y de signo opuesto
en forma vectorial	$\mathbf{p} = q \mathbf{d}$, donde \mathbf{d} es el vector que va de la carga negativa a la positiva
Potencial de un dipolo ($r \gg d$)	$V = p \cos \theta / [4 \pi \epsilon_0 r^2]$
Campo eléctrico ($r \gg d$)	$E = p / [4 \pi \epsilon_0 r^3]$
Campo eléctrico en un punto de la bisectriz	$E = p / [4 \pi \epsilon_0 (r^2 + d^2/4)^{3/2}]$

Dipolo en un campo externo	$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$		
Energía potencial	$U = - \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$		
Potencial eléctrico			
Potencial eléctrico creado por una carga puntual a una distancia r	$V = q / (4 \pi \epsilon_0 r)$ es un escalar		
Principio de superposición	El potencial eléctrico total creado por varias cargas en un punto es la suma de los potenciales que cada carga crea en el punto.		
Trabajo para transportar una carga q desde un punto A a un punto B	$W = q (V_A - V_B)$		
- Potencial eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R	$V = [Q / (4 \pi \epsilon_0 R)] / (x^2 + R^2)^{1/2}$		
- Potencial eléctrico sobre el eje de un disco de densidad de carga uniforme $\sigma = Q / S$	$V = [Q / (2 \pi \epsilon_0 R)] [(x^2 + R^2)^{1/2} - x]$		
Ecuaciones de Poisson y Laplace			
Relación entre el campo eléctrico y el potencial	$\mathbf{E} = - \nabla V$		
Teorema de Gauss en forma integral	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q_n / \epsilon_0$		
Teorema de Gauss en forma diferencial	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$		
Ecuación de Poisson	$\nabla^2 V = - \rho / \epsilon_0$		
Ecuación de Laplace	$\nabla^2 V = 0$		
Campo y potencial eléctricos creados por distribuciones esféricas de carga			
		Campo eléctrico	Potencial eléctrico
$\rho = \text{cte}$	$r > R$	$\rho R^3 / (3 \epsilon_0 r^2)$	$\rho R^3 / (3 \epsilon_0 r)$
	$r = R$	$\rho R / (3 \epsilon_0)$	$\rho R^2 / (3 \epsilon_0)$
	$r < R$	$\rho r / (3 \epsilon_0)$	$[\rho / (6 \epsilon_0)] (3 R^2 - r^2)$
	$r = 0$	0	$\rho R^2 / (2 \epsilon_0)$
$\rho = k r$	$r > R$	$k R^4 / (4 \epsilon_0 r^2)$	$k R^4 / (4 \epsilon_0 r)$
	$r = R$	$k R^2 / (4 \epsilon_0)$	$k R^3 / (4 \epsilon_0)$

	$r < R$	$k r^2 / (4 \epsilon_0)$	$k (4 R^3 - r^3) / (12 \epsilon_0)$
	$r = 0$	0	$k R^3 / (3 \epsilon_0)$
$\rho = k / r$	$r > R$	$k R^2 / (2 \epsilon_0 r^2)$	$k R^2 / (2 \epsilon_0 r)$
	$r = R$	$k / (2 \epsilon_0)$	$k R / (2 \epsilon_0)$
	$r < R$	$k / (2 \epsilon_0)$	$[k / (2 \epsilon_0)] (2 R - r)$
	$r = 0$	$k / (2 \epsilon_0)$	$k R / \epsilon_0$

Conductores

El campo eléctrico en el interior de un conductor en equilibrio es cero.

La carga se localiza sobre la superficie (concentrándose en "las puntas")

El potencial es constante e igual al que hay en la superficie

Condensadores

Capacidad	$C = q / \Delta V$ donde $\Delta V = V - V_0$
- Condensador de placas plano paralelas	$C = \epsilon_0 S / d$ donde S es la superficie de una de las placas y d la distancia de separación entre ellas
- Esfera de radio R	$C = 4 \pi \epsilon_0 R$
- Condensador esférico de radios R_1 y R_2	$C = 4 \pi \epsilon_0 R_2 R_1 / (R_2 - R_1)$
- Condensador cilíndrico de radios R_1 y R_2	$C = 2 \pi \epsilon_0 L / \ln (R_2/R_1)$
Asociación en serie de condensadores	$1 / C = 1 / C_1 + 1 / C_2 \dots$ misma carga $q_1 = q_2 = \dots = q$ $V = V_1 + V_2 \dots$
Dos condensadores asociados en serie	$C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$
Asociación en paralelo de condensadores	$C = C_1 + C_2 \dots$ misma tensión $V_1 = V_2 = \dots = V$ $q = q_1 + q_2 \dots$

Dieléctricos

Vector desplazamiento eléctrico

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

	donde \mathbf{P} es el vector polarización
Dieléctrico lineal, homogéneo e isotrópico	$\mathbf{P} = \epsilon_0 \kappa_e \mathbf{E}$ donde κ_e es la susceptibilidad eléctrica
	$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\epsilon = \epsilon_0 k$, $k = 1 + \kappa_e$ donde k es la constante dieléctrica
Densidad de carga superficial inducida	$\sigma' = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}$ donde \mathbf{n} es el vector unitario perpendicular a la superficie
Densidad de carga volúmica inducida	$\rho' = -\nabla \cdot \mathbf{P}$
La carga total de un dieléctrico polarizado es nula, cualquiera que sea su estado de polarización.	
Teorema de Gauss para dieléctricos	$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = q_i$ donde q_i es la carga libre
Efectos de introducir un dieléctrico de constante K en el interior de un condensador	La capacidad aumenta en un factor K La tensión y el campo eléctrico disminuyen en dicho factor
Energía electrostática	
$U = (1/2) \sum_i \sum_j (1 / 4 \pi \epsilon_0) q_i q_j / r_{ij} = (1/2) \sum_i q_i V_i(\mathbf{r}_i)$ donde $V_i = \sum_j q_j / (4 \pi \epsilon_0 r_{ij})$	
por ejemplo, para tres cargas	$U = (1 / 4 \pi \epsilon_0) [q_1 q_2 / r_{12} + q_1 q_3 / r_{13} + q_2 q_3 / r_{23}]$
Conductor aislado	$U = q^2 / (2 C) = C V^2 / 2 = q V / 2$
Energía electrostática por unidad de volumen (densidad de energía electrostática)	$u = U / V = \epsilon_0 E^2 / 2$
Energía electrostática	$U = \int (\epsilon_0 E^2 / 2) dV$ donde la integral se extiende a todo el volumen
Energía electrostática en un dieléctrico	$U = \int (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} / 2) dV$
- Energía electrostática de una esfera conductora de radio R y carga Q	$E = Q^2 / [8 \pi \epsilon_0 R]$
Unidades	
ϵ_0 : permitividad dieléctrica del vacío	$C^2 / (N m^2)$
κ_e : susceptibilidad eléctrica	no tiene unidades
$K = 1 / (4 \pi \epsilon_0) =$	$= 9 \cdot 10^9 N m^2 / C^2$ (Sistema Internacional) $= 1$ (Sistema C.G.S.)

q: carga	C = culombios 1 C = 3 . 10 ⁹ ueeq
E: campo eléctrico	N / C
V: potencial eléctrico	V = voltios 1 V = (1 / 300) ueeV
W: trabajo U: energía electrostática	J = julios
C: capacidad	F = faradios 1 F = 9 . 10 ¹¹ uee

® Academia Minas C.B. Todos los derechos Reservados

Magnetismo

Magnetostática	
Campo magnético creado por una carga en movimiento	$\mathbf{B} = [\mu_0 / 4\pi] [q \mathbf{v} \times \mathbf{r}] / r^3$
Ley de Biot y Savart	$d\mathbf{B} = [\mu_0 / 4\pi] [I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}] / r^3$ donde $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ (μ_0 : permeabilidad magnética), \mathbf{r} es el vector que va del elemento $d\mathbf{l}$ al punto en el que queremos calcular el campo magnético
- Campo magnético creado por una corriente rectilínea infinita de intensidad I en un punto situado a una distancia r	$B = \mu_0 I / [2 \pi r]$
- Campo magnético creado por una espira circular de radio R por la que circula una intensidad I en el centro de la misma	$B = \mu_0 I / [2 R]$
- Una bobina plana circular que comprende N espiras paralelas muy próximas, de radio medio R en el centro	$B = \mu_0 N I / [2 R]$
- Campo magnético en el eje de una espira de radio r a una distancia x	$B = \mu_0 R^2 I / [2 (x^2 + r^2)^{3/2}]$
- Campo magnético creado por una espira cuadrada de lado L por la que circula una intensidad I en el centro de la misma	$B = 2 \mu_0 I \sqrt{2} / [\pi L]$
- Campo magnético creado por un conductor rectilíneo finito a una distancia y (ángulos medidos desde el punto a los extremos del	$B = \mu_0 I (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) / [4 \pi y]$

conductor)	
- Campo magnético creado por un solenoide indefinido en su interior	$B = \mu_0 N I / L$ N: número de espiras L: longitud del solenoide
- Campo magnético creado por un solenoide en su interior	$B = \mu_0 N I (\cos \theta_1 \cos \theta_2) / (2 L)$ donde los ángulos son los que forma desde el punto, el eje del solenoide con los extremos del mismo
- Campo magnético de un toroide formado por N espiras cada una transportando una corriente I, siendo a y b los radios interior y exterior del toroide	$B = \mu_0 N I / [2 \pi r]$ si $a < r < b$ $B = 0$ si $r > b$ ó $r < a$
Fuerza	
Fuerza sobre un elemento de corriente	$d\mathbf{F} = I d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$
Fuerza sobre un conductor rectilíneo	$\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$
Fuerza de Lorentz	$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$
Fuerza por unidad de longitud entre corrientes paralelas	$F / L = \mu_0 I_1 I_2 / 2 \pi d$
mismo sentido	se atraen
sentidos opuestos	se repelen
Definición de amperio	Si por dos conductores paralelos muy largos situados a una distancia de 1 m entre sí circulan corrientes iguales, se define la corriente en cada uno de ellos como igual a un amperio si la fuerza por unidad de longitud sobre cada conductor es $2 \cdot 10^{-7} \text{ N / m}$
Campo magnético creado por un conductor de radio a que transporta una corriente uniformemente distribuida en su área transversal	$\mu_0 I / [2 \pi r]$ si $r > a$
	$\mu_0 I / [2 \pi a]$ si $r = a$
	$\mu_0 I r / [2 \pi a^2]$ si $r < a$
Una partícula eléctrica que penetra perpendicularmente a las líneas de fuerza de un campo magnético uniforme toma un movimiento circular uniforme de radio R	$R = m v / (q B)$
	$T = 2 \pi m / (q B)$
	$\omega = q B / m$
Ley de Ampère	$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 I_{en}$

Densidad de corriente \mathbf{J}	$\mathbf{I} = \int \mathbf{J} \, d\mathbf{s}$
Momento magnético	
- Momento magnético de un cuadro rectangular	$N S I$ donde N es el número de espiras, S la superficie de las mismas e I la intensidad
- Momento del par que produce la rotación de un cuadro rectangular o una espira circular recorrido por una corriente I y puesto en un campo magnético	$M = B S I \sin \varphi$
Momento dipolar magnético	$\mathbf{m} = \boldsymbol{\mu} = N I \mathbf{S}$ (es perpendicular al plano de la bobina)
Par en una bobina de corriente (momento de torsión sobre una espira)	$M = N I S B \sin \varphi$ $\mathbf{M} = N I \mathbf{S} \times \mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$
Energía potencial asociada al momento de la fuerza	$U = - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$
Inducción electromagnética	
Flujo del campo magnético	$\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$
Ley de Faraday - Lenz (fuerza electromotriz inducida)	$\varepsilon = - d\phi_B / dt$
para N espiras:	$\varepsilon = - N [d\phi_B / dt]$
Ley de Lenz	El flujo producido por la corriente inducida se opone a la variación del flujo inductor
Fuerza electromotriz inducida en un conductor en movimiento	$\varepsilon = - B L v$
Generación de corriente alterna	$\phi_B = B S \cos \theta = B S \cos (\omega t)$ $\varepsilon = B S \omega \sin (\omega t) = \varepsilon_0 \sin (\omega t)$
Autoinducción (L, no confundirla con la L de longitud empleada anteriormente)	
Coefficiente de autoinducción	$L_{ii} = \phi_{ii} / I_i$
Autoinducción de una bobina	$L = \mu_0 N^2 S / l$
Energía almacenada en una autoinducción	$E = L I^2 / 2$
Inducción mutua	
Coefficiente de inducción mutua	$M_{ji} = \phi_{ji} / I_i = M_{ij} = \phi_{ij} / I_j$

Medios magnéticos	
H : intensidad magnética / excitación magnética	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
M : imantación	$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$
	χ : susceptibilidad magnética
	$\mathbf{M} = \mathbf{B} / \mu_0 - \mathbf{H}$
	$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 (\mathbf{H} - \mathbf{M})$
Ley de Ampère para medio magnéticos	$\oint \mathbf{H} \, d\mathbf{l} = I_{en}$
Ecuación constitutiva	$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$
Vector densidad de corriente superficial de imantación	$\mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$
Vector densidad de corriente volúmica de imantación	$\mathbf{J}_v = \text{rot } \mathbf{M}$
	$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$
	$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$
Ecuación de continuidad	$\oint \mathbf{J} \, d\mathbf{s} = -d q(t) / dt$
Teorema de Gauss	$\oint \mathbf{D} \, d\mathbf{s} = Q(t)$
Materiales diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos	
Diamagnéticos	$\chi_m < 0$ Los valores absolutos de χ_m son pequeños.
Paramagnéticos	$\chi_m > 0$ En muchos casos la susceptibilidad paramagnética depende fuertemente de la temperatura:
Ley de P. Curie (1859 - 1906)	$\chi_m = \mu - 1 = \text{constante} / T$
Ferromagnéticos	Posee una temperatura característica denominada temperatura de Curie.
Energía magnética	
densidad de energía magnética: $u = B^2 / (2 \mu_0)$	$U = (1 / 2 \mu_0) \int_{\infty} B^2 \, dV = L I^2 / 2$ donde el ∞ significa que la integral se extiende a todo el espacio (donde exista campo magnético)

densidad de energía magnética: $u = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2$		$U = (1 / 2) \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV$
Ecuaciones de Maxwell		
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	
$\nabla \times \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	
Ley de Gauss para el campo magnético		
Ley de Gauss para el campo magnético		$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$, pues hasta el momento no se han encontrado monopolos magnéticos, "el equivalente magnético de simples cargas eléctricas"
Forma general de la ley de Faraday		Un campo magnético variable produce un campo eléctrico: $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - d \phi_B / dt$ donde $\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$
	forma integral	forma diferencial
1ª: ley de Gauss de la electricidad	$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q_n / \epsilon_0$	$\text{div } \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$
2ª: ley de Gauss del magnetismo	$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$	$\text{div } \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
3ª: ley de la inducción de Faraday-Henry	$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - d \phi_B / dt$ donde $\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$	$\text{rot } \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t$
4ª: ley de Ampere	$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 d \phi_E / dt$ donde $\epsilon_0 d \phi_E / dt = id$ (corriente de desplazamiento)	$\text{rot } \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$
Ondas electromagnéticas		
$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, t)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, t)}{\partial t^2}$	$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \text{ sen}(kx - \omega t)$	
$\frac{\partial^2 \mathbf{B}(x, t)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}(x, t)}{\partial t^2}$	$\mathbf{B}(x, t) = B_0 \text{ sen}(kx - \omega t)$	
donde	$E_0 = c B_0$ $kc = \omega$ $1 / c^2 = \mu_0 \epsilon_0$	
Campo magnético a partir del campo eléctrico	$\mathbf{B} = (\mathbf{u}_k \times \mathbf{E}) / c$	

Campo eléctrico a partir del campo magnético	$\mathbf{E} = c \mathbf{B} \times \mathbf{u}_k$
Vector de Poynting	$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / \mu_0$ lleva la dirección de propagación de la onda
Intensidad de una onda electromagnética	$I = \epsilon_0 c E_0^2 / 2$
Densidad de energía	$\rho_E (\mathbf{E}) = \epsilon_0 E^2 / 2$ $\rho_E (\mathbf{B}) = B^2 / (2 \mu_0)$ $\rho_E (\mathbf{E} \text{ y } \mathbf{B}) = \epsilon_0 E^2 / 2 + B^2 / (2 \mu_0) = \epsilon_0 E^2$
Momento lineal y presión	Las ondas electromagnéticas transportan un momento lineal por lo que pueden ejercer presión sobre las superficies. La presión de radiación de una onda electromagnética que incide perpendicularmente sobre una superficie que la absorbe totalmente es: $p = S / c$

Transformadores

$V_s / V_p = N_s / N_p$ $I_s / I_p = N_p / N_s$ $V_s / V_p = I_p / I_s$	V_s : Tensión en bornes del secundario; N_s : número de espiras en el secundario V_p : Tensión en bornes del primario; N_p : número de espiras en el primario
Si $N_s > N_p$	Transformador elevador
Si $N_s < N_p$	Transformador reductor

Efecto Hall

Cuando un conductor que transporta corriente se mantiene firmemente en un campo magnético, el campo ejerce una fuerza lateral en las cargas que se mueven en el conductor.

$e E_H = e v_d B \implies E_H = v_d B$	donde E_H es el campo Hall, v_d la velocidad de deriva de los electrones.
fem del efecto Hall	$\mathcal{E}_H = E_H L = v_d B L$ donde L es el ancho del conductor

Unidades

I: Intensidad	A = amperios
J: Densidad de corriente	A / m ²
B: Campo magnético	tesla 1 Tesla = 10 ⁴ gauss = miriagaus
ϕ : Flujo del campo magnético	weber = tesla . m ² 1 maxwell = 1 gauss . cm ² 1 weber = 10 ⁸ maxwell
L	H = henrio, en honor a Joseph Henry (1797 - 1878)

μ : permeabilidad magnética	wb / (A m)
---------------------------------	------------

© Academia Minas C.B. Todos los derechos Reservados

Corriente eléctrica

Intensidad de corriente	$I = dq / dt$
	$I = n e S v$ n: número de electrones por unidad de volumen; e: carga del electrón; S: sección del conductor; v: velocidad de los electrones
Densidad de corriente J	$I = \int \mathbf{J} d s$ $\mathbf{J} = I / S = n e \mathbf{v} = \sigma \mathbf{E}$ siendo σ la conductividad
Ecuación de continuidad de la corriente eléctrica	$\partial \rho_a(\mathbf{r}) / \partial t + \text{div } \mathbf{j}(\mathbf{r}) = 0$
Resistencia	$R = \rho l / S$ ρ : resistividad ($\rho = 1 / \sigma$); l: longitud del conductor; S: sección transversal del mismo
Variación de la resistividad con la temperatura:	$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta t)$ α : coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura
Ley de Ohm	$I = V / R$
Trabajo de la corriente eléctrica	$W = V I t = R I^2 t = (V^2 / R) t$ V: diferencia de potencial
Efecto Joule	Calor = $0.24 V I t = 0.24 R I^2 t = 0.24 (V^2 / R) t$
Potencia de la corriente eléctrica	$P = W / t = V I = R I^2 = V^2 / R$
Ley de Ohm generalizada	$I = \sum E_i / \sum R_i$
Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito	$V_a - V_b = I \sum R_i - \sum E_i$

Generadores y receptores	
Generadores	
Se llama fuerza electromotriz (fem) de un generador al cociente entre la potencia P del generador y la intensidad I que proporciona: $E = P / I$	
Potencia suministrada por un generador	$P = (V_a - V_b) I$ $P^2 = E I$ siendo r la resistencia interna del mismo y $V_a - V_b$ la diferencia de potencial entre sus bornes
La diferencia de potencial $V_a - V_b$ entre los bornes de un generador es igual a la diferencia entre la fem del generador y la caída de potencial ($r I$) en el interior del generador	$V_a - V_b = E - r I$
El rendimiento de un generador es igual al cociente de la diferencia de potencial de sus bornes y su fem	$\eta = P_e / P = (V_a - V_b) / E$
Receptores	
Se llama fuerza contraelectromotriz (f _{cem}) de un generador al cociente entre la potencia P _r gastada por el aparato (potencia del receptor) y la intensidad I que la atraviesa: $E' = P_r / I$	
La diferencia de potencial entre los bornes de un receptor es igual a la suma de la f _{cem} del receptor más la caída óhmica del potencial ($r' I$) en la resistencia interior del aparato	$V_c - V_d = E' + r' I$
El rendimiento de un receptor (motor) es igual al cociente de la su f _{cem} E' y la diferencia de potencial aplicada a sus bornes	$\eta = P_r / P = E' / (V_c - V_d)$
Asociación de resistencias	
En serie	$R = R_1 + R_2 + \dots$ misma intensidad $I_1 = I_2 = \dots = I$ $V = V_1 + V_2 + \dots$
En paralelo	$1 / R = 1 / R_1 + 1 / R_2 + \dots$ misma tensión $V_1 = V_2 = \dots = V$ $I = I_1 + I_2 + \dots$
Dos resistencias en paralelo:	$R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$
Asociación de n generadores iguales	
En serie	$I = n E / (R + n r)$ r : resistencia interna de cada generador R : resistencia externa E: fuerza electromotriz
En paralelo	$I = n E / (R + r / n)$

Asociación mixta de n generadores en serie en m líneas en paralelo (cada elemento tiene una fem E y una resistencia interna r)		$I = n E / [R n r / m]$
Leyes de Kirchhoff		
Ley de los nudos	La suma de las intensidades que entran en un nudo es igual a la suma de las que salen. o bien: $\sum I_i = 0$	
Ley de las mallas	La suma algebraica de las fem una malla es igual a la suma también algebraica de los productos de las intensidades que recorren la malla por las resistencias que atraviesan en la misma. $\sum E_i = \sum I_i R_i$ Signos: - en las pilas (E_i): si el sentido de recorrido (arbitrario) de la malla entra por el polo negativo (por el pequeño) y sale por el positivo (el grande), el signo de E_i es positivo - en las resistencias (producto de $I_i R_i$): si el sentido de recorrido (arbitrario) de la malla coincide con el sentido (arbitrario) de recorrido de la intensidad, el producto $I_i R_i$ es positivo	
Aparatos de medida		
Voltímetro	<ul style="list-style-type: none"> - Mide diferencias de potencial - Se coloca en paralelo - Posee una resistencia elevada 	
Amperímetro	<ul style="list-style-type: none"> - Mide intensidades - Se coloca en serie - Resistencia pequeña 	
Circuito RC		
Carga de un condensador		
Carga de un condensador que se está cargando	$Q = E C [1 - \exp(-t / (RC))]$	
Voltaje en un condensador que se está cargando	$V_c = E [1 - \exp(-t / (RC))]$	
Constante de tiempo	$\tau = R C$	
Corriente en la resistencia	$I = (E / R) \exp[-t / (RC)]$	
Descarga de un condensador		
La carga del condensador disminuye exponencialmente con respecto al tiempo	$Q = Q_0 \exp[-t / (RC)]$	
La corriente en la resistencia disminuye también exponencialmente	$I = I_0 \exp[-t / (RC)]$	
Constante de tiempo	$\tau = R C$	
Unidades		

q: carga	C = culombios
E: campo eléctrico	N / C
V: potencial eléctrico	V = voltios
W: trabajo	J = julios 1 Kw h = 3,6 10 ⁶ J
R: resistencia	Ω = ohmios
I: intensidad	A = amperios
P: Potencia	w = watios

® Academia Minas C.B. Todos los derechos Reservados

Corriente alterna

$e(t) = E_0 \text{ sen } (\omega t)$ $\omega = 2 \pi \nu$	Mayúsculas: constantes (no dependen del tiempo) Minúsculas: dependen del tiempo
Circuito R L C serie	
$E_0 \text{ sen } (\omega t) = i(t) R + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$ Solución: $i(t) = I_0 \text{ sen } (\omega t - \varphi)$	
Caida de tensión en la resistencia:	$v_R(t) = i(t) R = I_0 R \text{ sen } (\omega t - \varphi)$
Caida de tensión en la autoinducción:	$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L I_0 \cos (\omega t - \varphi)$
Caida de tensión en el condensador:	$v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = - [I_0 / (C\omega)] \cos (\omega t - \varphi)$
Impedancia	$Z = (R^2 + X^2)^{1/2}$
Reactancia:	$X = X_L - X_C$
Reactancia inductiva:	$X_L = L \omega$
Reactancia capacitiva:	$X_C = 1 / (C \omega)$
Factor de potencia	$\cos \varphi = R / Z$
Ley de Ohm	$I_0 = E_0 / Z$
Los aparatos de medida registran valores eficaces, no máximos:	$I_e = I_0 / \sqrt{2}$ $E_e = E_0 / \sqrt{2}$

Valor eficaz = valor máximo / $\sqrt{2}$	
Resonancia	$X_L = X_C$
Frecuencia de resonancia:	$\nu_R = 1 / [2 \pi (L \omega)^{1/2}]$
Potencia de la corriente alterna	$p(t) = e(t) i(t)$
Potencia activa (potencia media: valor medio de la potencia):	$P = E_e I_e \cos \varphi$
Potencia reactiva:	$P = E_e I_e \sin \varphi$
Potencia aparente:	$P = E_e I_e$
Notación compleja ($j^2 = -1$)	Resistencia: R Autoinducción (bobina): $j \omega L$ Condensador: $1 / (j C \omega) = -j / (\omega C)$
Asociación de impedancias	
En serie	$Z = Z_1 Z_2 \dots$
En paralelo	$Y = Y_1 Y_2 \dots$ donde $Y = 1 / Z$ es la admitancia
© Academia Minas C.B. Todos los derechos Reservados	

Elasticidad

Elasticidad

El esfuerzo al que se somete un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza F que produce una deformación es F/A , donde A es el área de la sección transversal.	
Se denomina deformación unitaria al cambio relativo en el tamaño o forma de un cuerpo producido por un esfuerzo aplicado sobre él: $\Delta L / L$	
El límite de elasticidad de un material es el máximo esfuerzo que puede aplicarse a un cuerpo sin producirle una deformación permanente. Por debajo del límite de elasticidad, la deformación unitaria es proporcional al esfuerzo que la produce.	
El límite de ruptura de un material es el mayor esfuerzo que puede soportar sin romperse.	
Tracción	$\Delta L / L = F / (E A)$ donde E es el módulo de Young: $E = [F / A] / [\Delta L / L]$
Desplazamiento o cizalladura	$\varphi = F / (G A)$ donde G es el módulo de deslizamiento, torsión o deslizamiento
	$G = E / [2 (1 + \sigma)]$ donde σ es el módulo de Poisson
Compresibilidad	$\Delta V / V = p / B$

	donde p es la presión $p = F / A$ y B es el módulo de compresibilidad: $B = [F / A] [V / \Delta V]$
	$E = 3 B (1 - 2 \sigma)$
Torsión	$\phi = N L / (G \pi r^4)$ siendo ϕ el ángulo girado y $N = k \alpha$ el momento aplicado, y L y r la longitud y el radio del alambre.
Coeficiente de Poisson	$\sigma = \mu = - [\Delta r / r] / [\Delta L / L]$
Unidades	
E	N / m ²
G	N / m ²
B	N / m ²
ϕ	rad
Coeficiente de Poisson: σ ó μ	adimensional
® Academia Minas C.B. Todos los derechos Reservados	