Óptica ondulatoria

Ecuaciones de Maxwell	
Ley de Ampere generalizada	$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t$
Ley de inducción de Lenz	$\mathbf{rot\ E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t$
Teorema de Gauss del campo electrostático	$\mathrm{div}\ \mathbf{D} = \rho$
Teorema de Gauss del campo magnético	$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$
H: intensidad del campo magnético	**B**: inducción magnética
E: intensidad del campo eléctrico	**D**: desplazamiento eléctrico
j: densidad de corriente	ρ: densidad espacial de carga libre
Sistema gaussiano: $\varepsilon = \mu = 1$	
Ley de Ampere generalizada	$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{j}\ (4 \pi / c) + (1/c)\ (\partial \mathbf{D} / \partial t)$
Ley de inducción de Lenz	$\mathbf{rot\ E} = - (1/c)\ (\partial \mathbf{B} / \partial t)$
Teorema de Gauss del campo electrostático	$\mathrm{div}\ \mathbf{D} = 4 \pi \rho$
Teorema de Gauss del campo magnético	$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$
Relaciones de constitución	
$\mathbf{D} = \varepsilon\ \mathbf{E}$	donde ε es la constante dieléctrica $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}$
$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$	donde μ es la permeabilidad magnética $\mu_0 = 4 \pi\ 10^{-7}$
$\mathbf{j} = \sigma\ \mathbf{E}$ (ley de Ohm)	donde σ es la conductividad eléctrica
Condiciones de contorno	
En las superficies de discontinuidad de los medios materiales para puntos muy próximos a la superficie de separación.	
$E_t = E'_t$	$H_t = H'_t$
$D_n = D'_n$	$B_n = B'_n$
Vector de Poynting	$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

Densidad de energía	$u = (\varepsilon \cdot E^2 + \mu \cdot H^2) / 2$
Polarización	
- Según Fresnel, la luz ordinaria consiste en ondas oscilando igualmente en todos los planos posibles, formando ángulos rectos con la dirección de propagación. Pero si forzamos a que las oscilaciones de la luz se produzcan en un único plano, entonces obtenemos luz polarizada. - La luz natural está constituida por ondas transversales cuyas direcciones de vibración se realizan en cualquier plano al azar, perpendicular siempre a la dirección de propagación de la luz. - Un polarizador es un instrumento que de alguna forma selecciona un estado de polarización particular y descarta los otros modos de vibración de las ondas luminosas.	
Superposición misma frecuencia	
$\mathbf{E}_1 = \mathbf{A}_1 \cos(\omega \cdot t + \varphi_1)$ $= \mathbf{A}_1 \exp[i(\omega \cdot t + \varphi_1)]$	$\mathbf{E}_2 = \mathbf{A}_2 \cos(\omega \cdot t + \varphi_2) = \mathbf{A}_2 \exp[i(\omega \cdot t + \varphi_2)]$
$A_1 \exp(i\,\varphi_1) + A_2 \exp(i\,\varphi_2)$ $= A \exp(i\,\varphi)$	$I \propto A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos\delta$ donde $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$
	$\operatorname{tg}\varphi = [A_1 \operatorname{sen}\varphi_1 + A_2 \operatorname{sen}\varphi_2] / [A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2]$
Velocidad de fase	$v = \omega / k$
Velocidad de grupo	$v_g = v - \lambda\, dv/d\lambda = d\omega / dk$
$v \neq v(\lambda)$	medio no dispersivo $v_g = v$
$v = v(\lambda)$	medio dispersivo
	$dv/d\lambda > 0$: dispersión normal, $v_g < v$ $dv/d\lambda < 0$: dispersión anómala, $v_g > v$
Superposición de dos ondas con sus vectores eléctricos perpendiculares	
$E_x = A_1 \cos(\omega \cdot t - k z)$	$E_y = A_2 \cos(\omega \cdot t - k z + \delta)$
$t = z = 0 \implies$	$E_x = A_1$ $E_y = A_2 \cos\delta$
$z = 0 \implies$	$E_x = A_1 \cos \omega \cdot t$ $E_y = A_2 \cos(\omega \cdot t + \delta)$
	$E_x^2 / A_1^2 + E_y^2 / A_2^2 - 2 E_x E_y \cos\delta / (A_1 A_2) = \operatorname{sen}^2\delta$ $\implies$ luz polarizada elíptica
Ley de Brewster	Un rayo de luz se polariza totalmente por reflexión cuando la tangente del ángulo de incidencia (ángulo de polarización) es igual al índice de refracción. $\tan\theta = n$

Ley de Malus	$I = I_o \cos^2 \theta$ Dos polarizadores cuyos ejes de transmisión forman un ángulo θ de entre sí. I_o es la intensidad incidente e I la transmitida
Elementos de la teoría de interferencia	
Para que el fenómeno de interferencia de las franjas se pueda detectar y sea un fenómeno permanente, se requiere que se cumplan las condiciones: - **las ondas que se superponen deben ser coherentes**, es decir, la diferencia de fase δ entre las ondas que interfieren debe ser una constante para cada punto del espacio, independientemente del tiempo. - las ondas que interfieren deben poseer la misma amplitud y frecuencia o longitud de onda (ondas monocromáticas) y, además, las amplitudes de dichas ondas deben tener direcciones paralelas.	
Fuente incoherente	Diferencia de fase varía rápida e irregularmente con el tiempo
Fuente coherente	La diferencia de fase permanece constante en el tiempo
$I = [c / (4\pi)]\ (\varepsilon\square / \mu)^{1/2} \langle E^2 \rangle = [c / (4\pi)]\ (\mu\square / \varepsilon)^{1/2} \langle H^2 \rangle$	
Interferencia de dos ondas monocromáticas	$I = I_1 + I_2 + 2\ (I_1\ I_2)^{1/2} \cos \delta$ donde $\delta = (2\ \pi / \lambda)\ (x_2 - x_1) - (\alpha_1 - \alpha_2)$
	$I_{máx} = I_1 + I_2 + 2\ (I_1\ I_2)^{1/2}$, $\delta = 0, 2\ \pi, 4\ \pi, \ldots$
	$I_{mín} = I_1 + I_2 - 2\ (I_1\ I_2)^{1/2}$, $\delta = \pi, 3\ \pi, \ldots$
Si $I_1 = I_2$	$I = 2\ I_1 + 2\ I_1 \cos \delta = 2\ I_1\ (1 + \cos \delta) = 4\ I_1 \cos^2(\delta/2)$
	$I_{máx} = 4\ I_1$
	$I_{mín} = 0$
En la reflexión hay una pérdida de una semilongitud de onda	
Rendijas de Young	d es la separación entre las rendijas y D la posición de la pantalla donde se observan las franjas de interferencia
Posición de los máximos:	$y^M = 2\ k\ (\lambda / 2)\ (D / d)$
Posición de los mínimos:	$y^m = (2\ k + 1)\ (\lambda / 2)\ (D / d)$
Separación entre dos máximos o mínimos consecutivos:	$\lambda\ D / d$
Espejo doble de Fresnel	Dos imágenes diferentes de la misma fuente
Diferencia de fase en P:	$2\ \pi\ (x_2 - x_1) / \lambda$
Máximo interferencial:	$x_2 - x_1 = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots k\ \lambda$ de orden 0, 1, ... , k

Interferencia en películas delgadas(por reflexión)	d es el espesor de la lámina λ□$= \lambda_o / n$
Máximo:	$d = (2\ k + 1)\ (\lambda / 4)$ donde k es un número entero
Mínimo:	$d = (2\ k)\ (\lambda / 4)$
Máximos por refracción:	$d = (2\ k)\ (\lambda / 4)$
Mínimos por refracción:	$d = (2\ k + 1)\ (\lambda / 4)$
Anillos de Newton (por reflexión)	Sea e el espesor de la capa de aire entre la lente y el vidrio plano que corresponde al anillo de radio r
$e = R\ (1 - \cos\theta) = 2\ R\ \mathrm{sen}^2(\theta/2) = (R/2)\ (r/R)^2 = r^2 / (2R)$ donde r es el radio de los anillos, R el radio de la lente, e es la distancia (a una distancia r) de la lente de radio R a la lente plana (radio ∞)	
Radio de los anillos brillantes (máximos)	$r^2 = (2k+1)\ R\ (\lambda/2)$ brillante el primer anillo se obtiene para $k = 0$
Radio de los anillos oscuros (mínimos)	$r^2 = (2k)\ R\ (\lambda/2)$ oscura el primer anillo se obtiene para $k = 1$ donde hemos tomado $n = 1$
Si las lentes son de radios R_1 y R_2 (en lugar de ∞)	$e = r^2 / (2R_1) - r^2 / (2R_2) = (r^2 / 2)\ (1/ R_1 - 1/ R_2)$ donde e es la distancia (cuando el radio es r) entre las lentes (espesor de la capa de aire)
anillo oscuro	$2\ e = 2\ k\ (\lambda/2) \Longrightarrow (r^2 / 2)\ (1/ R_1 - 1/ R_2) = k\ \lambda$
Las franjas observadas por transmisión son complementarias de las observadas por reflexión.	
Espejo de Lloyd	Los rayos que interfieren en la pantalla son los rayos directos procedentes del punto P y los reflejados en el espejo P'. 2 a es la distancia entre P y P'
Máximos:	$y^M = (2\ k + 1)\ (\lambda\ D) / (4\ a)$
Primera franja brillante:	$y^M\ (k = 0) = (\lambda\ D) / (4\ a)$
Mínimo:	$y^m = (2\ k)\ (\lambda\ D) / (4\ a)$
Primera franja oscura:	$y^m\ (k = 1) = (\lambda\ D) / (2\ a)$
Pompa de jabón (por reflexión)	$\delta = 2\ n\ e \cos r + \lambda/2$
aparece negra si	δ□$= (2\ k + 1)\ \lambda$□$/ 2$

si la incidencia es normal	$\delta\square = 2\,n\,e + \lambda\square / 2 = 3\,\lambda\square / 2$
espesor mínimo	$k = 1$
Medios isótropos lineales	
Onda incidente (sin primas), onda refractada (con primas), onda reflejada (con doble prima). Los tres rayos son coplanarios	
Ley de la refracción de Snelius	$n \operatorname{sen} \varepsilon = n' \operatorname{sen} \varepsilon'$
Ley de la reflexión	$\varepsilon = \varepsilon''$
Onda incidente con el vector **E** paralelo al plano de incidencia	
Su campo magnético es $\perp$ al plano de incidencia. Se llama transversal magnética (TM)	
Relaciones entre la amplitud incidente con la reflejada	$A''_{\parallel} = A_{\parallel}\,[\,\operatorname{tg}(\varepsilon' - \varepsilon) / \operatorname{tg}(\varepsilon' + \varepsilon)\,]$
Relaciones entre la amplitud incidente con la transmitida	$A'_{\parallel} = A_{\parallel}\,[\,2 \operatorname{sen} \varepsilon' \cos \varepsilon] / [\operatorname{sen}(\varepsilon' + \varepsilon) \cos(\varepsilon' - \varepsilon)\,]$
Onda incidente con el vector **E** perpendicular al plano de incidencia	
Se llama transversal eléctrica (TE).	
$A'_{\perp} = A_{\perp}\,[\,2 \operatorname{sen} \varepsilon' \cos \varepsilon] / [\operatorname{sen}(\varepsilon' + \varepsilon)]$	$A''_{\perp} = A_{\perp}\,[\operatorname{sen}(\varepsilon' - \varepsilon)] / [\operatorname{sen}(\varepsilon' + \varepsilon)]$
<u>Luz paralela. $n < n'$.</u>	Si $\varepsilon\square + \varepsilon' = \pi/2 \Rightarrow A''_{\parallel} = 0 \Rightarrow$ ángulo de Brewster ($\operatorname{tg} \varepsilon_B = n / n'$)
	Si $\varepsilon\square + \varepsilon' < \pi/2$ ($\varepsilon < \varepsilon_B$) salto de fase π para $E''_{\parallel}$
	Si $\varepsilon\square + \varepsilon' > \pi/2$ ($\varepsilon > \varepsilon_B$) no hay salto de fase π para $E''_{\parallel}$
<u>Luz perpendicular. $n < n'$.</u>	Siempre existe salto de fase π para $E''_{\perp}$
Incidencia normal: ($\varepsilon = 0$)	$A''_{\parallel} / A_{\parallel} = A''_{\perp} / A_{\perp} = (\varepsilon' - \varepsilon) / (\varepsilon' + \varepsilon) = (n - n') / (n + n')$
Incidencia rasante: ($\varepsilon = \pi/2$)	$A''_{\perp} / A_{\perp} = -1$ $A''_{\parallel} / A_{\parallel} = 1$
<u>$n > n'$</u>	Ángulo límite: $\operatorname{sen} \varepsilon_l = n' / n$ Reflexión total. Toda la energía incidente se refleja. Aunque no es del todo cierto. Existe una onda real en el segundo medio cuya amplitud se amortigua rápidamente (onda evanescente)
Factores de reflexión y transmisión	

Factores de reflexión	R = [energía reflejada / energía incidente] (por unidad de área)
Factores de transmisión	T = [energía transmitida / energía incidente] (por unidad de área)
$R = A''^2 / A^2$	$T = [n' \cos \varepsilon' A'^2] / [n \cos \varepsilon A^2]$
$R_\perp = A''^2_\perp / A_\perp^2$	$T_\perp = [n' \cos \varepsilon' A'^2_\perp] / [n \cos \varepsilon A_\perp^2]$
$R_{\|} = A''^2_{\|} / A_{\|}^2$	$T_{\|} = [n' \cos \varepsilon' A'^2_{\|}] / [n \cos \varepsilon A_{\|}^2]$
Principio de conservación de la energía	$R + T = 1$
	$R_\perp + T_\perp = 1$
	$R_{\|} + T_{\|} = 1$
Incidencia normal ($\varepsilon = 0$)	$R_0 = R_\perp = R_{\|} = [(n - n') / (n + n')]^2$
	$T_0 = T_\perp = T_{\|} = 4 n n' / (n + n')^2$
Coeficientes de reflexión y transmisión	
r = amplitud reflejada / amplitud incidente	t = amplitud transmitida / amplitud incidente
	$r_\perp = A''_\perp / A_\perp = [\text{sen} (\varepsilon' - \varepsilon)] / [\text{sen} (\varepsilon' + \varepsilon)]$
	$r_\perp = A'_\perp / A_\perp = [2 \text{ sen } \varepsilon' \cos \varepsilon)] / [\text{sen} (\varepsilon' + \varepsilon)]$
Incidencia normal ($\varepsilon = 0$)	$r_\perp = r = (\varepsilon' - \varepsilon) / (\varepsilon' + \varepsilon) = (n - n') / (n + n')$
	$t_\perp = t = 2\varepsilon' / (\varepsilon' + \varepsilon) = 2 n / (n + n')$
Óptica en medios conductores	
Los medios conductores se pueden tratan como dieléctricos asignándoles un índice de refracción complejo ñ característico de todos los medios absorbentes.	
Cuando se incide en un metal con luz polarizada plana vibrando en una dirección cualquiera, excepto para las incidencias normal y rasante, se obtiene luz polarizada elíptica.	
Medios anisótropos	
Se caracterizan por presentar propiedades ópticas diferentes para distintas direcciones	
$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$	En medios isótropos ε es un escalar
$\mathbf{D} = \{\varepsilon\} \mathbf{E}$	En medios anisótropos $\{\varepsilon\}$ es un tensor
	$D_x = \varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z$

	$D_y = \varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z$
	$D_z = \varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z$
El teorema de la energía implica que el tensor debe ser simétrico: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$	
Difracción	
- Se requiere que la abertura del diafragma o del tamaño del obstáculo tenga unas dimensiones comparables a la longitud de onda de la luz empleada. - Fresnel explica la difracción mediante el principio de Huygens - Fresnel. La figura en una pantalla es la resultante interferencial entre las ondas que van por el interior de la abertura y / o las distintas ondas secundarias emitidas por los bordes del diafragma o del obstáculo difractor.	
Difracción de Fraunhofer (frente de ondas incidentes planas: se consigue con lentes convergentes).	
Difracción de Fraunhofer por una **rendija**:	estrecha de anchura a. Las franjas brillantes y oscuras responden a: $I = I_o (\text{sen}^2 \beta) / \beta^2$ siendo $\beta = a\, k\, \text{sen}\, \theta / 2$ I es la intensidad luminosa en los puntos de la pantalla I_o es la intensidad luminosa máxima en el punto P_o con $\theta = 0$ θ es el ángulo que con origen en el centro de la rendija subtiende la figura de difracción. Mínimo: $\beta = a\, k\, \text{sen}\, \theta / 2 = n \pi$, donde $k = 2 \pi / \lambda$, n = 1, 2, 3... **a sen θ = n λ** Primer mínimo: $\text{sen}\, \theta = \lambda / a$
Difracción de Fraunhofer por una **abertura circular**:	La figura de difracción que se obtiene está compuesta por un disco brillante rodeado de una serie de anillos oscuros y brillantes que se difuminan rápidamente. El disco brillante central satisface la ecuación: **sen θ = 1,22 λ / d** donde d es el diámetro de la abertura. Si θ es pequeño y sea r el radio del disco central, D la distancia de la abertura a la pantalla, $r = 1{,}22\, \lambda\, D / d$
Redes de difracción	
Desviación angular para el máximo de orden K	$\text{sen}\, \theta = K \lambda / d$ donde d es la constante de la red (1 / n) siendo n el número de lineas por unidad de longitud y θ el ángulo de difracción El primer máximo se obtiene para K = 1
Difracción de rayos X mediante cristales	
Ley de Bragg	La condición para interferencia constructiva (máximos en la onda difractada) se obtiene mediante: $2\, d\, \text{sen}\, \theta = K \lambda$ (K = 1, 2, 3...). Si se miden la longitud de onda y el ángulo de difracción, la ecuación anterior puede utilizarse para calcular el espaciamiento entre los planos atómicos.